レッスン 4011 振り子の長さと周期

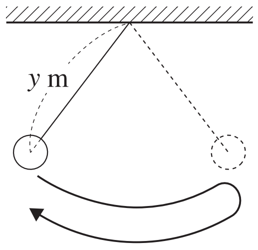
問題

振り子が1往復するのにかかる時間を周期という。周期が x 秒の振り子の長さを y m とすると，およそ $y = \frac{1}{4}x^2$ の関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 周期が4秒である振り子の長さは何 m か求めなさい。

(2) 3 m の振り子の周期は何秒か求めなさい。

(3) 振り子の長さを 1 m から 4 m にすると，振り子の周期は何秒長くなるか求めなさい。



解答

(1) $y = \frac{1}{4}x^2$ に $x = 4$ を代入すると

$$y = \frac{1}{4} \times 4^2$$
$$= 4$$

よって，振り子の長さは

4 m …(答)

(2) $y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $y=3$ を代入すると

$$3=\frac{1}{4}x^2$$

$$x^2=12$$

$x>0$ なので

$$x=2\sqrt{3}$$

よって，振り子の周期は

$2\sqrt{3}$ 秒 …(答)

(3) $y=1$ のとき

$$1=\frac{1}{4}x^2$$

$$x^2=4$$

$x>0$ なので

$$x=2$$

だから，長さ $1\,\mathrm{m}$ の振り子の周期は 2 秒である

一方，$y=4$ のとき

$$4=\frac{1}{4}x^2$$

$$x^2=16$$

$x>0$ なので

$$x=4$$

だから，長さ $4\,\mathrm{m}$ の振り子の周期は 4 秒である。よって，振り子の周期の差は

$4-2=$ **2（秒）** …(答)

確認テスト　振り子の長さと周期

振り子が 1 往復するのにかかる時間を周期という。周期が x 秒の振り子の長さを $y\,\mathrm{m}$ とすると，およそ $y=\dfrac{1}{4}x^2$ の関係がある。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 周期が 6 秒の振り子の長さは何 m か求めなさい。

(2) $4\,\mathrm{m}$ の振り子の周期は何秒か求めなさい。

(3) 振り子の長さを $1\,\mathrm{m}$ から $2.25\,\mathrm{m}$ にすると，振り子の周期は何秒長くなるか求めなさい。

レッスン
4012 速さと制動距離

問題

走っている自動車がブレーキをかけはじめてから停止するまでに進む距離を制動距離という。自動車の制動距離は，速さの 2 乗に比例する。ある自動車が時速 40 km で走っているときの制動距離は 10 m である。時速 x km で走っているときの制動距離を y m として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 時速 60 km で走っているときの制動距離は何 m か求めなさい。

(3) 制動距離が 90 m になるのは，時速何 km で走るときか求めなさい。

解答

(1) 制動距離は速さの 2 乗に比例するので，$y = ax^2$ と表すことができる。これに $x = 40$，$y = 10$ を代入すると

$$10 = a \times 40^2$$

$$a = \frac{1}{160}$$

よって

$$y = \boldsymbol{\frac{1}{160}x^2}$$ …(答)

(2) $y = \frac{1}{160}x^2$ に $x = 60$ を代入すると

$$y = \frac{1}{160} \times 60^2$$

$$= \frac{45}{2}$$

よって，求める制動距離は

$$\boldsymbol{\frac{45}{2}\,\mathrm{m}}$$ …(答)

(3) $y = \frac{1}{160}x^2$ に $y = 90$ を代入すると

$$90 = \frac{1}{160}x^2$$
$$x^2 = 14400$$

$x > 0$ だから

$$x = 120$$

よって，求める速さは

時速 120 km …(答)

確認テスト　速さと制動距離

自動車の制動距離は，速さの 2 乗に比例する。ある自動車が時速 40 km で走っているときの制動距離は 12 m である。時速 x km で走っているときの制動距離を y m として，次の問いに答えなさい。

(1) y を x の式で表しなさい。

(2) 時速 50 km で走っているときの制動距離は何 m か求めなさい。

(3) 制動距離が 48 m になるのは，時速何 km で走るときか求めなさい。

レッスン 4013 移動に関する問題

問題

走っている自動車がブレーキをかけはじめてから停止するまでに進む距離を制動距離という。ある坂の上に並んで立っている A さんと B さんは，同時に坂を下りはじめた。A さんはローラースケートをはいてすべり下り，B さんは秒速 1 m の速さで歩いて坂を下りた。A さんが坂を下りはじめてから x 秒間に進む距離を y m とすると，$y = \frac{1}{4}x^2$ という関係が成り立つとき，次の問いに答えなさい。

(1) A さんと B さんがそれぞれ進む様子を表すグラフをかきなさい。

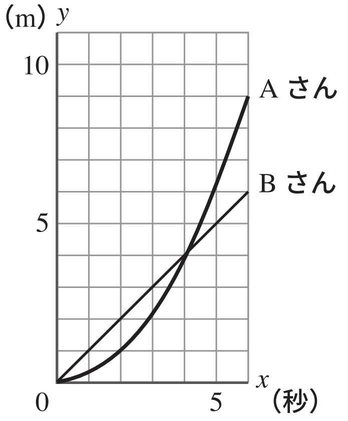
(2) A さんが B さんに追いつくのは，2 人が坂を下りはじめてから何秒後か求めなさい。

解答

(1) Bさんが x 秒間に進む距離を y mとすると，Bさんの歩く速さは秒速1mだから

$$y = x$$

と表すことができる。よって，グラフは次の図のようになる。



(2) (1)のグラフの交点の座標を読みとると $(4,\ 4)$ だから

4秒後　…(答)

確認テスト　移動に関する問題

まっすぐな線路沿いに道路がある。電車は駅を出発すると同時に，同じ方向に秒速10mの速さで走っている自動車に追いこされたが，その後すぐに自動車に追いついた。電車が駅を出発してから x 秒間に進む距離を y mとすると，$0 \leqq x \leqq 60$ のとき，$y = \dfrac{1}{4}x^2$ の関係が成り立つ。このとき，次の問いに答えなさい。

(1) 電車と自動車がそれぞれ進む様子を表したグラフをかきなさい。

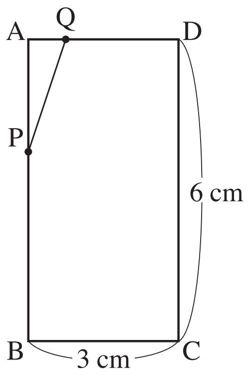
(2) 電車が自動車に追いつくのは，電車が駅を出発してから何秒後か求めなさい。

レッスン 4014

動点の問題

問題

右の図のような長方形 ABCD で，2 点 P，Q は同時に点 A を出発し，点 P は秒速 3 cm で辺 AB，BC 上を点 C まで，点 Q は秒速 1 cm で辺 AD 上を点 D まで動く。点 P，Q が点 A を出発してから x 秒後の △APQ の面積を y cm^2 とするとき，次の問いに答えなさい。



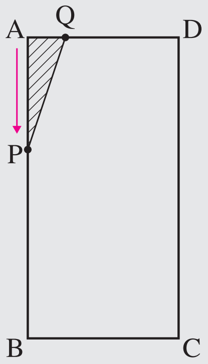
(1) 点 P が辺 AB 上を動くとき，x の変域を答えなさい。また，y を x の式で表しなさい。

(2) 点 P が辺 BC 上を動くとき，x の変域を答えなさい。また，y を x の式で表しなさい。

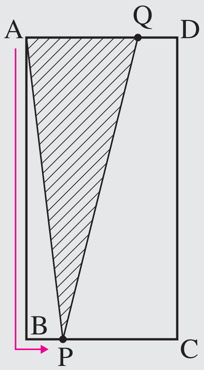
ポイント

● 点 P と点 Q の位置により，△APQ の形が変わる → 図中にかき込んで整理する

① 点 A → 点 B



② 点 B → 点 C



解答

(1) 点Pは秒速 3 cm で動くので，点Aを出発してから 2 秒後に点Bに着く。よって，x の変域は

$\mathbf{0 \leqq x \leqq 2}$ …(答)

また，点P，Qの動く速さから

$\mathrm{AP} = 3x\,\mathrm{cm}$

$\mathrm{AQ} = x\,\mathrm{cm}$

と表すことができるので

$$\triangle\mathrm{APQ} = \frac{1}{2} \times 3x \times x = \frac{3}{2}x^2\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって

$\boldsymbol{y = \frac{3}{2}x^2}$ …(答)

(2) 点Pは秒速 3 cm で動くので，点Bを出発してから 1 秒後に点Cに着く。よって，点Pは点Aを出発してから 2 秒後に点B，3 秒後に点Cに着くから，x の変域は

$\mathbf{2 \leqq x \leqq 3}$ …(答)

点Qは秒速 1 cm で動くので

$\mathrm{AQ} = x\,\mathrm{cm}$

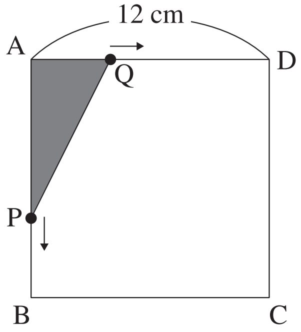
と表すことができ，△APQにおいて辺AQを底辺とみると，高さは辺ABの長さに等しい。したがって

$$\triangle\mathrm{APQ} = \frac{1}{2} \times x \times 6 = 3x\ (\mathrm{cm}^2)$$

よって

$\boldsymbol{y = 3x}$ …(答)

次の図のような正方形ABCDで，2点P，Qは同時に点Aを出発し，点Pは秒速2 cmで辺AB，BC上を点Cまで，点Qは秒速1 cmで辺AD上を点Dまで動く。点P，Qが点Aを出発してからx秒後の△APQの面積をy cm^{2}とするとき，あとの問いに答えなさい。



(1) 点Pが辺AB上を動くとき，xの変域を答えなさい。また，yをxの式で表しなさい。

(2) 点Pが辺BC上を動くとき，xの変域を答えなさい。また，yをxの式で表しなさい。

レッスン 4015 重なる図形の問題

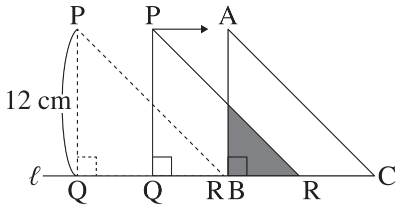
問題

右下の図のような，直角をはさむ2辺の長さがそれぞれ12 cmの直角二等辺三角形△PQRと△ABCがある。はじめ，辺QRと辺BCは，直線ℓ上にあり，点Rと点Bは重なっている。△PQRが直線ℓにそって矢印の方向に秒速2 cmで，△PQRと△ABCがぴったり重なるまで動くとき，△PQRがx秒動いたときの△PQRと△ABCが重なった部分の面積をy cm^{2}とする。このとき，あとの問いに答えなさい。

(1) xの変域を求めなさい。

(2) yの変域を求めなさい。

(3) xとyの関係を表すグラフをかきなさい。



ポイント

- 動く方の図形がどれだけ動いたかによって，重なる部分の形や大きさが変わる
- 辺の長さや面積など，わかっている値や文字で表せるものは図にかき込んで整理する

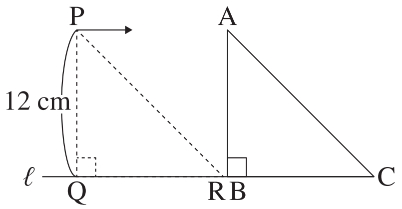
解答

(1) 辺 BC は 12 cm で，△PQR が直線 ℓ にそって矢印の方向に動く速さは秒速 2 cm なので，点 R が点 C と重なるまでにかかる時間は

$12 \div 2 = 6$ (秒)

よって，x の変域は

$0 \leqq x \leqq 6$ …(答)



(2) △PQR と △ABC が重なる部分は，図のような直角二等辺三角形となる。

ここで，△PQR は秒速 2 cm で動くので，BR $= 2x$ cm とわかる。

よって，この直角二等辺三角形は，底辺も高さも $2x$ cm なので，その面積 y cm^2 は，

$$y = \frac{1}{2} \times 2x \times 2x$$
$$= 2x^2 (\text{cm}^2)$$

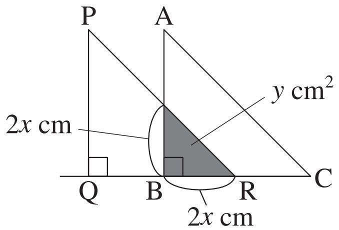
よって，

$x = 0$ のとき，$y = 0$

$x = 6$ のとき，$y = 2 \times 6^2 = 72$

したがって，y の変域は

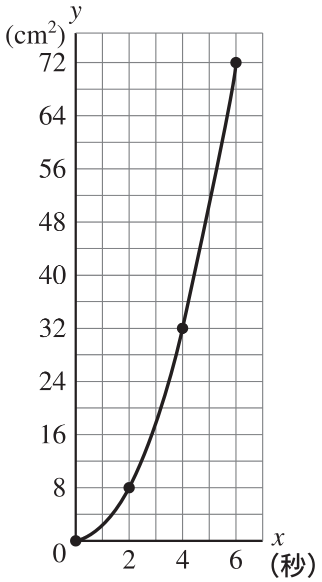
$0 \leqq y \leqq 72$ …(答)



(3) (1)，(2)より，x と y の間には

$0 \leqq x \leqq 6$ のとき，$y = 2x^2$

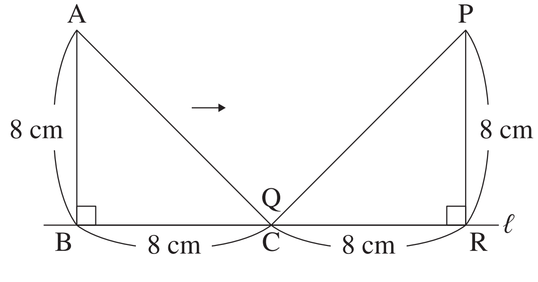
という関係が成り立つ。よって，グラフは次の図のようになる。



…（答）

確認テスト　重なる図形の問題

次の図のような，合同な2つの直角二等辺三角形 △ABC と △PRQ がある。はじめ，辺 BC と辺 QR は直線 ℓ 上にあり，点 C と点 Q は重なっている。△ABC を直線 ℓ にそって矢印の方向に，点 B が点 Q に重なるまで毎秒 2 cm の速さで移動させる。△ABC が移動をはじめてから x 秒後に，△ABC と △PRQ が重なってできる部分の面積を y cm^2 とする。このとき，あとの問いに答えなさい。



(1) y を x の式で表しなさい。

(2) x と y の関係を表すグラフをかきなさい。

(3) △ABC と △PRQ が重なってできる部分の面積が 9 cm^2 となるのは，△ABC が移動をはじめてから何秒後か答えなさい。